

|            |                                                 |           |                                |
|------------|-------------------------------------------------|-----------|--------------------------------|
| HIØ        | MASKIN                                          | EGIL BERG | T6_05-06.doc                   |
| M3A<br>A3A | ELEMENTMETODEN<br>Øving nr. T6. (Prøve 8.12.99) |           | Innleveres:<br>Torsdag 23.2.06 |

### ELEMENTMETODEN

Konstruksjonen, som vist til høyre, består av tre stålbjelker. Alle bjelkene er av typen HE100B og har lengden  $L = 3$  meter. Bjelke 1 går fra knutepunkt 1 til 2, bjelke 2 fra knutepunkt 2 til 3, og bjelke 3 fra knutepunkt 4 til 3.

E-modulen:  $E = 210\,000$  MPa.

Bjelkene er sveiset sammen i knutepunkt 2 og 3.

I knutepunkt 1 og 4 er bjelkene fast innspent.

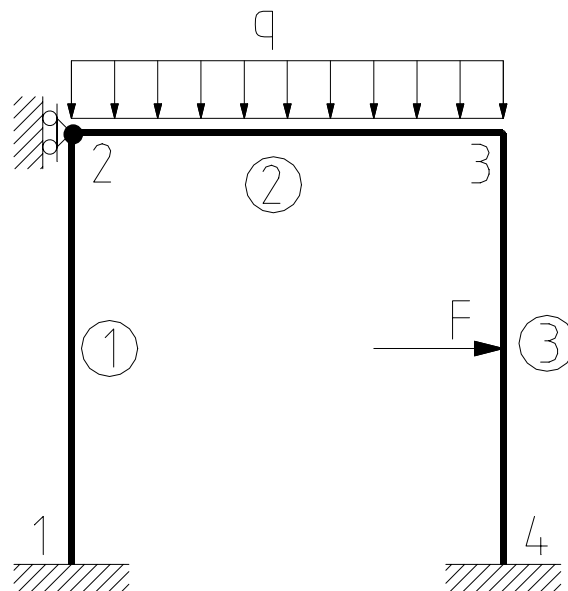
Opplagringen i knutepunkt 2 hindrer bevegelse i horisontal retning. Vertikal bevegelse og vinkelendring kan derimot forekomme uhindret.

Bjelkene er orientert slik at bøyemomentene, som oppstår på grunn av belastningen, virker om sterk akse.

Konstruksjonen utsettes for den jevnt fordelte lasten  $q = 20$  N/mm som virker nedover på bjelke 2. Kraften  $F = 17$  kN virker horisontalt mot høyre og midt på bjelke 3 slik som vist på figuren.

Vi forenkler og regner med kun en frihetsgrad per knutepunkt.

- Sett opp IEG-matrisen, dvs. den matrisen som angir systemets oppbygning (topologi). Sett opp stivhetsmatrisene  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$  og  $\mathbf{k}_3$  for de enkelte stavelementene.
- Sett opp relasjonen  $\mathbf{S}_i = \mathbf{k}_i \mathbf{v}_i + \mathbf{S}_i^0$  for de tre stavene med de oppgitte tallverdiene og i overensstemmelse med den gitte rammen. Hva er fri variabel og hva er avhengig variabel?
- Regn ut systemets (hele rammens) stivhetsmatrise  $\mathbf{K}$  ved innaddering av de enkelte elementers stivhetsmatriser. Innfør samtidig grensebetingelsene og sett opp systemets (konstruksjonens) relasjon:  $\mathbf{R}_{\text{mod}} = \mathbf{K}_{\text{mod}} \cdot \mathbf{r} + \mathbf{R}_{\text{mod}}^0$ .
- Løs likningssystemet og finn forskyvningsvektoren  $\mathbf{r}$ .
- Sett inn og regn ut matriselikningene  $\mathbf{S}_i = \mathbf{k}_i \mathbf{v}_i + \mathbf{S}_i^0$  for de tre stavene. Regn ut  $\mathbf{k}_i \mathbf{v}_i$ ,  $\mathbf{S}_i^0$  og  $\mathbf{S}_i$  hver for seg for de tre stavene.
- Det skal nå tegnes tre momentdiagrammer for rammen. Det første ut fra  $\mathbf{k}_i \mathbf{v}_i$ , den andre ut fra  $\mathbf{S}_i^0$ , og det tredje momentdiagrammet skal være summen av de to første, som tilsvarer matrisen  $\mathbf{S}_i$  for de tre stavene.
- Finn det største bøyemomentet og angi hvor det forekommer, og regn ut bøyespenningen her.  
(Svar:  $M_{\text{bmax}}(1,56) = 13,6 \text{ kNm}$ ;  $\sigma_b = 151 \text{ MPa}$ )
- Kan du gjøre et anslag over hvor store strekk/trykk spenningene blir i de tre bjelkene. Hva blir den største spenningen i konstruksjonen når det også tas hensyn til dette, og hvor forekommer denne spenningen?  
(Svar:  $\sigma_b = 157 \text{ MPa}$  start bjelke 3)



Invertert stivhetsmatrise når vi benytter enhetene millimeter og Newton:

$\mathbf{K}_{\text{mod}}^{-1} =$

|   |           |           |   |
|---|-----------|-----------|---|
| 1 | 0         | 0         | 0 |
| 0 | 4,23E-10  | -1,06E-10 | 0 |
| 0 | -1,06E-10 | 4,23E-10  | 0 |
| 0 | 0         | 0         | 1 |